

EINSTEIN I ULOGA SIMETRIJE U MODERNOJ FIZICI

LUIGI RADICATI DI BROZOLO

Scuola Normale Superiore, Pisa, Italy

[Tekst je napisan povodom stogodišnjice Alberta Einsteina (1879-1979)]¹

*Simetrija... je ideja koja vodi čovjeka kroz stoljeća
u razumijevanju i stvaranju reda, ljepote i perfekcije.*

H. Weyl, Symmetry

I

Ako riječ "simetrija" uzmemo u njenom najširem originalnom značenju (summetria=ispravna proporcija, simetrija, sumjerljivost, slaganje), mogli bismo zaključiti kako je cijela povijest fizike, zapravo povijest čovjekove beskonačne potrage za temeljnom simetrijom i harmonijom prirode. U ovom ću tekstu pojam simetrije uzeti u nešto užem smislu i ograničiti se na one aspekte simetrije koji su, postavši manifestni tek u okvirima teorije relativnosti, najviše utjecali na fiziku našeg stoljeća.

Novi element koji karakterizira ulogu simetrije u XX st. možda je najbolje opisan riječima Hermana Weyla u njegovoj knjizi "Simetrija", jednom od njegovih posljednjih djela. U vezi s Keplerovim pokušajem da objasni udaljenosti planeta u terminima svojstava pravilnih geometrijskih tijela upisanih u ili opisanih oko sfera, te njegovom vjerom u simetriju i harmoniju univerzuma, Weyl je napisao: "Mi još uvijek dijelimo njegovu (Keplerovu) vjeru u matematičku harmoniju univerzuma... Međutim danas mi tu harmoniju tražimo ne samo u statičkim formama, kakve su primjerice kristali, već i u dinamičkim zakonima" (1952). Drugi veliki prorok simetrije, Eugen Wigner, ovu je ideju kasnije ponešto precizirao napisavši da "princip invarijantnosti određuje skup korelacija među zakonima prirode, na isti način kao što sami fizikalni zakoni određuju korelacije među događajima" (1979). Zaista, traganje za simetrijama je postalo jedno od najmoćnijih oruđa u otkrivanju novih zakona i jedan od najsigurnijih principa koji nas vode pri nastojanju da pronađemo logičan i harmoničan opis prirode.

Ono što je Keplerovu napola mističku ideju (credo spatioso numen in orbe) pretvorilo u jedan od glavnih izvora inspiracije moderne fizike, pojam je grupe, "možda jedan od najznačajnijih koncepata matematike XIX stoljeća" (Weyl, 1949). Zaista, teorija grupa daje ne samo preciznu definiciju simetrije, već također i čvrstu bazu kriterija objektivnosti matematičkih relacija: "Relacija je objektivna ako je invarijantna u odnosu na transformacije iz neke grupe G" (Weyl 1952). I na isti način kako je Felix Klein u svom "Erlagenskom programu" ustvrdio da je geometrija determinirana grupom transformacija, mi danas možemo reći da je fizikalna teorija determinirana grupom transformacija koje ostavljaju neizmjenjenim oblik njenih jednažbi.

Ova je koncepcija, po mome saznanju, bila u fizici XIX st. potpuno nepoznata. Velike knjige iz mehanike napisane tokom prve četvrtine našeg stoljeća ne pozivaju sa na teoriju grupa, niti uključuju koncept invarijantnosti. Simetrija je služila samo kao argument pri izboru koordinatnog sistema koji vodi do najjednostavnijeg i najelegantnijeg rješenja danog problema.

Koncept invarijantnosti, u svom modernom značenju, dolazi prvi put na front istraživanja u fizici sa teorijom relativnosti. U svom prvom članku o relativnosti Einstein (1905) stavlja u osnovu svoje teorije princip invarijantnosti kojeg sugerira eksperiment, dakle princip nezavisnosti fizikalnih zakona o izboru inercijalnog sistema (princip relativnosti). On pokazuje da je njegova druga fundamentalna pretpostavka, konstantnost brzine svjetlosti, što je tada već bila eksperimentalno utvrđena činjenica, kompatibilna sa principom invarijantnosti samo ako grupa transformacija među inercijalnim sustavima nije, kako se to dotad pretpostavljalo, Galilejeva grupa, već grupa čiji elementi ovise o brzini svjetlosti c. To je grupa koju je Poincare (1905,1906) u to vrijeme identificirao kao grupu simetrije teorije elektromagnetizma, dakle grupa G_c linearnih preslikavanja skupa $\{x_0=ct, x_1, x_2, x_3\}$ fizikalnih događaja u samog sebe, koja ostavlja invarijantnom kvadratnu formu $(x_0-x_0')^2-(x_1-x_1')^2-(x_2-x_2')^2-(x_3-x_3')^2$ tj. (ne-pozitivno definitnu) "udaljenost"

¹ Ovo je prijevod Radicattijevog teksta objavljenog u knjizi Froggat, Nielsen - "The Origin of Symmetries".

između dva događaja.

Einstein nije okljevao da iz toga rezultata izvuče sve konzekvence, čak i one koje su se mogle činiti revolucionarnim. Činjenica da “nema apsolutnih udaljenosti u prostoru, niti apsolutnih vremenskih razmaka između dva događaja” tj. činjenica da “ne postoji objektivna racionalna podjela četverodimenzionalnog kontinuuma na trodimenzionalni prostorni i jednodimenzionalni vremenski kontinuum” (1955), dovela ga je do napuštanja prostornog i vremenskog opisa koji je dotada korišten u fizici i formuliranja jednog novog, koji je morao izgledati neobičnim, pa čak i neprirodnim njegovim suvremenicima.

Međutim, nekoliko godina nakon Einsteinovog članka, Minkowski (1923) je pokazao da prostorno-vremenska geometrija determinirana (u Kleinovom smislu) Poincareovom grupom ne samo da nije neobična i neprirodna, već da je puno prirodnija i matematički elegantnija od one na kojoj je fizika ranije bila zasnovana. Zaista, Galilejeva je grupa jedan specijalan slučaj Poincareove koji dobivamo stavljanjem da parametar c (brzina svjetlosti) teži prema beskonačno. Minkowski je primjetio da bi se prije od matematičara nego od fizičara moglo očekivati da ukaže na grupu G_c , puno prirodniju od grupe G_∞ , kao na kandidata za ulogu grupe invarijantnosti u fizici. Mislim da je razlog zašto su matematičari propustili ovo važno otkriće u tome što u to vrijeme jednostavno nisu mogli zamisliti, da bi grupe, bilo koje vrste, mogle imati bilo kakve veze sa osnovama fizike. Jedina njihova poznata aplikacija bila je u klasifikaciji kristala, što bi se teško moglo smatrati nečim fundamentalnim.

Radom Einsteina i Minkowskog, teorija grupa zauzima svoje mjesto među matematičkim disciplinama koje direktno određuju evoluciju mišljenja u fizici. Prva važna primjena potekla je ponovo od Einsteina, koji je ubrzo nakon formuliranja specijalne teorije relativnosti, u pokušaju da konstruira relativističku teoriju gravitacije, shvatio da “unutar okvira specijalne teorije relativnosti nema mjesta za zadovoljavajuću teoriju gravitacije” (1951). Zaista, teorija bazirana na Poincareovoj grupi linearnih transformacija ne daje prirodno objašnjenje jednakosti trome i teške mase, što je nesumljivo najupadljivija empirijska činjenica s kojom svaka zadovoljavajuća teorija gravitacije mora računati. Poincareova grupa ostaje grupom simetrije prostor-vremena, ali ona sama ne može odrediti oblik dinamičkih zakona. Da bismo odredili strukturu gravitacione interakcije, moramo proširiti ovu grupu simetrije uključivanjem nelinearnih transformacija. Na taj način postaje moguće “odtransformirati”, lokalno, gravitaciono polje, tj. izabrati u svakoj točki prostor-vremena u proizvoljnom gravitacijskom polju, inercijalni koordinatni sistem. To je navelo Einsteina da postulira kako su “opći zakoni prirode izraženi jednadžbama koje vrijede u svim sistemima koordinata, tj. koje su kovarijantne na bilo koju supstituciju (općenito kovarijantnu)” (1916). Iz ovoga je jasno da Einstein koristi zahtjev za invarijantnošću u odnosu na neku grupu kao način da eksplicitno odredi formu interakcije. Ova je metoda od tada postala integralni dio “filozofije” u fizici.

Kao posljedica invarijantnosti u odnosu na grupu diferencijabilnih transformacija, prostor-vrijeme se mora smatrati četverodimenzionalnom Rieannovom mnogostrukošću. Koeficijenti kvadratne diferencijalne forme $g_{ik}(x)dx^i dx^k$, koja predstavlja kvadrat udaljenosti između dvaju susjednih točaka mnogostrukosti određuju, u jednu ruku, geometrijska svojstva mnogostrukosti, a u drugu svojstva gravitacijskog polja. Po riječima Hermana Weyla, to je zapečatilo sudbinu ideje da geometrija može postojati nezavisno od fizike” (1918a). Možemo također reći da opća teorija relativnosti predstavlja krunu “Kleinovog programa”, pošto grupa simetrije sada određuje ne samo geometriju, već i fiziku ili barem onaj dio fizike povezan sa gravitacijom.

Jedna od posljedica zahtjeva invarijantnosti u odnosu na beskonačnodimenzionalnu grupu diferencijabilnih transformacija, koju očito nije slutio ni Einstein (1951), jest da jednadžbe ove teorije više nisu linearne i homogene u poljima i njihovim derivacijama. Kao rezultat ove nelinearnosti, sila koja djeluje na česticu potpuno je određena jednadžbama za gravitacijsko polje. Tako se proširenjem grupe simetrije povećava moć predviđanja teorije, situacija koja će se ponavljati nekoliko puta tijekom razvoja ovostoljetne fizike: teorija grupa će postati najbolja vodilja u otkrivanju forme dinamičkih zakona.

Wigner (1964) je istakao duboku razliku između simetrije u specijalnoj teoriji relativnosti (Poincareova grupa) i one u općoj teoriji (grupa diferencijabilnih transformacija). Ova prva, koju Wigner zove geometrijskom simetrijom, vrijedi za sve fizikalne zakone i da bismo je definirali dovoljno je zadati njeno djelovanje na skupu fizikalnih događaja. Grupa opće teorije relativnosti je, naprotiv, samo uvjet na formu gravitacione interakcije. Ona postavlja zahtjev da jednadžba koja vrijedi u odsustvu gravitacijskog polja ostaje vrijediti i kad se polje uključi onda i samo onda ako je kovarijantna u odnosu na grupu diferencijabilnih transformacija.

Invarijantnost ove vrste, čija je ispravnost ograničena na danu interakciju i koja može biti definirana samo u terminima te interakcije, Wigner je nazvao dinamičkom simetrijom. Baždarna invarijantnost

elektromagnetske interakcije koja se, kao i u općoj relativnosti, reprezentira beskonačnodimenzionalnom grupom, još je jedan primjer dinamičke simetrije. Također takav primjer predstavlja i aproksimativna invarijantnost jake interakcije reprezentirana grupama SU(2) ili SU(3) koja ovisi o stupnju njihovog narušenja koji smatramo prikladnim.

II

Nakon Einsteinovog prvog članka o specijalnoj relativnosti, primjena teorije grupa u fizici naglo se proširila, mogli bismo čak reći i previše naglo. Već 1910 Cunningham (1910) je pokazao da grupu simetrije vakuumskih Maxwellovih jednadžbi čini 15-parametarska Lie grupa konformnih transformacija četverodimenzionalnog prostora koja sadrži kao podgrupu (10-parametarsku) Poincareovu grupu. Kasnije je otkriveno da je simetrija u odnosu na konformnu grupu posljedica iščezavanja mase fotona i ovo je zajednička karakteristika svih relativističkih jednadžbi, da opisuju bezmasene čestice. Na vrlo visokim energijama masa elektrona se može smatrati zanemarivom u odnosu na njegovu energiju i tada konformna simetrija može predstavljati dobru aproksimaciju i za masivne čestice.

Godine 1918, dvije godine nakon izlaska Einsteinovog članka o općoj relativnosti, Weyl (1918b) je pokušao proširiti grupu opće relativnosti pretpostavljajući da bi fizikalni zakoni trebali biti invarijantni u odnosu na lokalno skaliranje metričkog tenzora g_{ik} , tj. u odnosu na transformaciju $g_{ik}(x) \rightarrow \lambda(x)g_{ik}(x)$, gdje je λ proizvoljna funkcija koordinata. Weylov je pokušaj bio direktno inspiriran uspjehom opće relativnosti i bio je prvi korak prema ambicioznom cilju konstruiranja ujedinjene geometrijske teorije svih fizikalnih zakona. Weyl se nadao da je lokalna invarijantnost na skaliranje povezana na prirodan način s elektromagnetskim poljem slično kao što je invarijantnost u odnosu na lokalne koordinatne transformacije povezana sa gravitacijskim poljem. To se trebalo pokazati pomoću pretpostavke da se, kad g_{ik} pomnožimo sa λ , elektromagnetski potencijal $A_i(x)$ promijeni po baždarnoj transformaciji prema izrazu

$$A_i(x) \rightarrow A_i(x) + \frac{1}{\lambda} \frac{d\lambda}{dx_i}$$

Premda neuspješan, ovaj je pokušaj značajan zbog toga što je naglasio značaj baždarne invarijantnosti elektromagnetskih interakcija, za koju je sam Weyl kasnije pokazao da je povezana sa sačuvanjem naboja.

Oko 1920. glavni interes fizičara se pomaknuo prema atomskoj fizici iz koje je počela izrastati kvantna mehanika. Ova je teorija od samog svog početka bila pod direktnim utjecajem teorije grupa, koja je tu našla svoju najuspješniju primjenu. Wigner (1949, 1964), koji je vjerojatno prvi shvatio važnost teorije grupa za kvantnu mehaniku, pripisuje taj uspjeh strukturi vektorskog prostora skupa stanja kvantnomehaničkog sistema i činjenici da se opservabilne veličine reprezentiraju linearnim preslikavanjima vektorskog prostora u samog sebe. Ta je struktura matematički jednostavnija od one u klasičnoj mehanici, gdje je fazni prostor diferencijalna mnogostrukost, dok su opservabilne veličine realne funkcije definirane na toj mnogostrukosti. Djelovanje grupe simetrije na fazni prostor prema tome nije linearno, pa u klasičnoj mehanici nije moguće koristiti teoriju linearnih reprezentacija grupa.

Već oko 1926-1927. Wigner je mogao pokazati, u seriji članaka, kako je većina empirijskih pravila, otkrivenih spektroskopijom, nezavisna o detaljima interakcije među elektronima, i da slijedi direktno iz invarijantnosti u odnosu na grupu rotacija trodimenzionalnog prostora i grupu permutacija. Prva invarijantnost je posljedica sferne simetrije atomskog problema, dok druga izražava nemogućnost razlikovanja elektrona, što je i samo direktna posljedica kvantne mehanike.

Weyl (1928) je tako mogao sumirati situaciju riječima da su “svi kvantni brojevi izuzimajući tzv. principalni kvantni broj, indeksi koji karakteriziraju reprezentaciju grupa². Djelovanjem tih grupa simetrije, vektorski prostor atomskih stanja se dekomponira na invarijantne potprostore, u kojima se atom zadržava sve dok neka vanjska perturbacija kao npr. elektromagnetska interakcija, ne uzrokuje prijelaz u neki drugi potprostor. Sva se izborna pravila, otkrivena empirijski, svode u suštini na izjave o ponašanju interakcija između elektromagnetskog polja i elektrona u atomu pri djelovanju grupe simetrija.

Oko 1932. primjena teorije grupa u kvantnoj mehanici bila je dobro utemeljena disciplina, a knjige Weyla (1928), Wignera (1931) i van der Waerdena (1932) imale su dubok utjecaj na skoro sav kasniji napredak u

² U slučaju vodikovog atoma čak i principalni kvantni broj karakterizira reprezentaciju grupe, SO(4), koja je grupa simetrije za Coulombov problem (Pauli 1926).

atomske, molekularne, nuklearne fizici te fizici čvrstog stanja, a u zadnje vrijeme i u fizici elementarnih čestica. U ovom posljednjem području, nedostatak preciznog znanja o dinamičkim zakonima ostavio je teoriju grupa kao jedinu pouzdanu vodilju u sistematizaciji eksperimentalnih činjenica. Zaista, uspjeh teorije grupa u objašnjenju svojstava atomskih spektara i njihovih izbornih pravila sugerirao je pripisivanje regularnosti opaženih u subatomske fenomenima svojstvima invarijantnosti tipičnoj za jake interakcije. To je dovelo do uspješnog objašnjenja nekih svojstava nuklearnih i subnuklearnih stanja, pa čak i do predviđanja novih stanja i novih čestica koje zahtijeva grupa simetrije. Primjer za to su brojna nuklearna stanja identificirana nakon što je otkrivena nabojna nezavisnost nuklearnih sila (to je SU(2) simetrija jakih interakcija spomenuta ranije) i π^0 mezon kojega je predviđala nabojno-nezavisna teorija polja nuklearnih sila (Kemmer, 1937).

Kasnije je otkriće sačuvanja hipernaboja, što se nije moglo smjestiti unutar okvira grupe SU(2) navelo Gell-Manna i Ne'mana (1964) da prošire grupu simetrije jakih interakcija na SU(3). Suprotno invarijantnosti elektromagnetskih i gravitacionih interakcija, invarijantnost jake interakcije na SU(2), a još manje na SU(3) nije egzaktna, već vrijedi samo kad se zanemare ostale sile. To nije teorijski zadovoljavajuća situacija i mnogi fizičari se nadaju da će buduće teorije moći, u jednu ruku objasniti aproksimativni karakter invarijantnosti jake interakcije, i u drugu, dati unificirani opis različitih interakcija.

Korak u tom smjeru predstavljaju neabelovske baždarnе teorije, prototip kojih su prije više od dva desetljeća predložili Yang i Mills (1954). Kasnije se pokazalo (Weinberg, 1967) da verzija ove teorije bazirana na lokalnoj baždarnoj grupi SU(2)⊗U(1) može dati unificiran opis slabih i elektromagnetskih interakcija bez problema sa divergencijama. Osnovna struktura ovih teorija više nije četverodimenzionalna prostorno-vremenska mnogostrukost, već svežanj vlakana čija je baza prostorno-vremenska mnogostrukost, a vlakno grupa SU(2)⊗U(1), koja djeluje na varijable izospina i hipernaboja (Atiyah, 1978).

Baždarna grupa koja djeluje na ovaj prošireni prostor je, kao i grupa opće relativnosti ili abelova baždarna grupa elektromagnetske interakcije, beskonačnodimenzionalna grupa čiji su elementi lokalne transformacije prostorno-vremenskih i internih varijabli. Invarijantnost na neabelovsku baždarnu grupu izražava proizvoljnost izbora prostorno-vremenskih i internih varijabli i predstavlja neabelovsku generalizaciju proizvoljnosti izbora faze polja nabijene čestice.

Ova matematička shema, koja je generalizacija one koju je ranije uveo Einstein radi opisa gravitacije, dozvoljava nam da povežemo polja pridružena elektromagnetskoj i slaboj interakciji sa metričkim svojstvima svežnja vlakana. Jednadžbe gibanja ovih teorija po mnogo čemu su slične onima u općoj relativnosti. One su suštinski nelinearne i daju vezu između jednadžbi polja i jednadžbi gibanja njihovih izvora.

III

Jedan od najznačajnijih rezultata primjene teorije grupa na fiziku je bio pronalaženje veze između principa invarijantnosti i zakona sačuvanja. Već su početkom stoljeća Hamel (1904), a malo kasnije i Engel (1916) pokazali da invarijantnost klasične mehanike na 10-parametarsku Galilejevu grupu implicira postojanje 10 zakona sačuvanja, tj. 10 konstanti gibanja (ili prvih integrala): skalara ukupne energije i tri vektora - impulsa, momenta impulsa i brzine centra masa.

Geometrijska grupa simetrije određuje ne samo prostorno-vremensku geometriju, već i sve zakone sačuvanja koji su nezavisni o specifičnoj formi interakcije, pa prema tome vrijede u svakom izoliranom sistemu. Postojanje ovih 10 konstanti gibanja bilo je, naravno, poznato i matematičarima XIX st. koji su ih svaki puta ponovo izvodili iz jednadžbi gibanja (što opravdava naziv "prvi integrali"). Međutim njihov opći karakter i njihovu vezu sa geometrijskim svojstvima prostora nisu zamjećivali, čini se, sve do početka ovog stoljeća. Vjerojatno nije slučajnost što je otkriće ove veze učinjeno, kako je to Wigner (1949) naglasio, pod utjecajem misli Felixa Kleina.

Zakoni sačuvanja za energiju, impuls, moment impulsa, vrijede i u klasičnoj (Galilejevoj i relativističkoj) i u kvantnoj mehanici. U ovoj je posljednjoj, međutim, Dirac (1930) već na početku pokazao vezu koja postoji između energije, impulsa i momenta impulsa s jedne i operatora prostorne i vremenske translacije i rotacije s druge strane. Razlog za ovako rano otkriće leži u tome što se kanonske transformacije u kvantnoj mehanici mogu reprezentirati unitarnim transformacijama vektorskog prostora fizikalnih stanja. U klasičnoj fizici, naprotiv fazni prostor nema ovako jednostavnu strukturu, pa je zato veza između sačuvanih veličina i diferencijalnih operatora vezanih uz grupu kanonskih transformacija faznog prostora postala jasna tek puno

kasnije.³

Veza između principa invarijantnosti i zakona sačuvanja vrijedi također i za dinamičke grupe simetrije. Na primjer, invarijantnost Coulombovog problema na $SO(4)$ uvjetuje, kako je to Pauli (1926) pokazao već 1926. godine, konstantnost Lenzovog vektora. Slično, invarijantnost jakih interakcija na 8-parametarsku grupu $SU(3)$ daje osam konstanti gibanja. Međutim, pošto je ova invarijantnost samo aproksimativna, osam sačuvanih veličina možemo smatrati konstantama gibanja samo ako zanemarimo ostale interakcije. Mogli bismo reći da su to konstante na vremenskoj skali jake interakcije, ali da variraju na puno većim vremenskim skalama kakve su one za elektromagnetsku i slabu interakciju.

Različita se situacija pojavljuje u slučaju invarijantnosti u odnosu na beskonačnodimenzionalnu grupu opće teorije relativnosti. U ovom slučaju umjesto globalnih zakona sačuvanja za energiju, impuls i moment impulsa, dobivamo lokalni zakon sačuvanja za tenzor energije-impulsa po kojemu divergencija ovoga tenzora iščezava. Ovo je, kako je to Weyl prvi naglasio, opće svojstvo invarijantnosti prema beskonačnodimenzionalnim grupama: "To se u principu može uzeti kao opće pravilo, da svako svojstvo invarijantnosti tipa onih koje susrećemo u općoj relativnosti, što uključuje proizvoljne funkcije, implicira diferencijalni zakon sačuvanja" (Weyl, 1932).

Specijalno, Weyl je pokazao vezu između invarijantnosti elektromagnetizma na baždarne transformacije i diferencijalnog zakona sačuvanja električnog naboja. Baždarna grupa je, slično grupi opće teorije relativnosti, beskonačnodimenzionalna, proizvoljna funkcija je u tom slučaju faza nabijenog polja, dok gradijent faze reprezentira proizvoljnost vezanu uz definiciju elektromagnetskog potencijala.

Invarijantnost u odnosu na baždarne transformacije daje ne samo precizni uvjet na interakciju elektromagnetskog polja sa poljima nabijene čestice, već također i diferencijalni zakon sačuvanja za električni naboj. U slučaju elektromagnetizma, i forma interakcije i zakon sačuvanja bili su poznati davno prije nego smo naučili da je baždarna invarijantnost njihov zajednički izvor. Ovakva opća veza danas se koristi u neabelovskim baždarnim teorijama da iz grupe simetrije pronađemo i formu interakcije koja ujedinjuje slabu i elektromagnetsku interakciju i lokalne zakone sačuvanja čija integralna forma mora odgovarati sačuvanju izospina i hipernaboja. Spomenimo još da topološka svojstva prostora za ove teorije imaju za posljedicu sasvim novi tip zakona sačuvanja, koji je izgleda predodređen da igra važnu ulogu u budućnosti (Atiyah, 1978).

IV

Neposredno pred početak našeg stoljeća Pierre Curie, jedan od prvih koji su shvatili važnost simetrije u fizici, napisao je: "Kada neki uzroci proizvedu određene efekte, elementi simetrije tih uzroka moraju biti prisutni u efektima koje su proizveli" (Curie, 1894). Simetrični zakoni, dakle zakoni simetrični u odnosu na neku grupu, moraju uzrokovati simetrične fenomene, i ako pronađemo narušenje početne simetrije, to nas navodi na zaključak o postojanju nekih asimetričnih uzroka koji su dotada izmicali našoj pažnji.⁴

Postoji puno primjera simetrije koja je narušena nekom vanjskom perturbacijom. Perturbacija eliptičnih planetarnih orbita, tj. narušenje $SO(4)$ simetrije potencijala tipa $1/r$, navela je Leveriera da predvidi postojanje nove planete. Različite perturbacije orbite Merkura Einstein je objasnio svojom novom teorijom gravitacije, koja samo približno čuva $SO(4)$ simetriju Newtonove teorije. Cijepanje atomskih stanja koja odgovaraju istim ireducibilnim reprezentacijama grupe rotacija, degeneracija kojih je posljedica sferne simetrije atomskog problema, jest indikacija postojanja asimetričnog uzroka, npr. vanjskog polja.

U subatomskoj fizici, slučaj narušenja simetrije je prije pravilo nego iznimka. Zbog nabojne nezavisnosti jakih interakcija (simetrija na $SU(2)$ izospinsku grupu), sva bi stanja koja pripadaju istom izospinskom multipletu trebala imati istu energiju; u stvarnosti elektromagnetska interakcija, koja narušava izospinsku simetriju, otklanja degeneraciju cijepanjem stanja sa različitim nabojima. Kako su to prvi sugerirali Lee i Young, slaba interakcija bi trebala narušavati simetriju u odnosu na prostornu inverziju, koju zadovoljavaju sve ostale interakcije, ali zadržati simetriju u odnosu na produkt prostorne inverzije i nabojne konjugacije.

3 Prema mome saznanju, prva razmjerno elementarna knjiga iz klasične mehanike gdje se ova veza detaljno razmatra je ona Arnoldova (1976).

4 Iz ove diskusije isključujemo slučaj asimetrije početnih uvjeta. U vezi s ovim problemom čitatelja upućujemo na (Wigner 1949)

Međutim čak ni ova transformacija nije apsolutna invarijanta, pošto je narušena u najmanje jednom eksperimentu (Christenson et al. 1964).

Postoji međutim veliki broj pojava čija se simetrija čini narušenom spontano, bez utjecaja ikakvog vanjskog uzroka asimetrije kojega bismo mogli identificirati. Nelinearne jednačbe koje opisuju te pojave invarijantne su na grupu G i ovise o skupu $\{\lambda\}$ od n realnih parametara. Kada su vrijednosti tih parametara u domeni $U \subset \mathbf{R}^n$, grupa simetrije rješenja koincidira sa G i takva se rješenja zovu simetrična. Kada $\{\lambda\}$ nije u U , jednačbe dozvoljavaju, uz simetrična rješenja, i skup (orbitu) rješenja od kojih je svako invarijantno na neku podgrupu od G , s tim da su podgrupe dvaju rješenja povezane konjugacijom u G . Pojavu nove familije rješenja kada parametri o kojima jednačbe ovise dosegnu određene vrijednosti nazivamo bifurkacijom: to je uobičajen fenomen u teoriji nelinearnih parcijalnih diferencijalnih jednačbi. Mislim da se može naslutiti da je pod odgovarajućim pretpostavkama grupa rješenja koje "bifurkira" od simetričnog, neka podgrupa grupe simetrije problema. To je sigurno najčešći slučaj, pa su prema tome bifurkacije obično povezane sa spontanom narušenjem simetrije.

Jedan od najstarijih primjera bifurkacije je ravnoteža samogravitirajućeg masivnog fluida koji rotira oko jedne svoje osi (Chandrasekhar, 1969; ova knjiga sumira najvažnije ranije dobivene rezultate). Već 1742. Maclaurin je dokazao da je u slučaju čvrste rotacije homogenog, inkompresibilnog fluida, ravnotežna figura biaksijalni elipsoid, simetričan oko osi rotacije. Jednačbe ovog problema, dakle Poissonova jednačba i jednačba hidrostatske ravnoteže ovise o kvadratu momenta impulsa i invarijantne su na grupu $D_{\infty h}$.⁵ Maclaurinovo rješenje, tj. biaksijalni elipsoid je simetrično pošto njegova grupa simetrije $D_{\infty h}$ koincidira sa grupom simetrije ovih jednačbi. Ovo rješenje postoji za svaku vrijednost momenta impulsa, premda ne mora uvijek biti stabilno.

Godine 1834. Jacobi (1834) je pokazao da za momente impulsa veće od neke kritične vrijednosti J_c , jednačbe dozvoljavaju kao rješenje skup triaksijalnih elipsoida, od kojih svaki kao grupu simetrije ima podgrupu D_{2h} od $D_{\infty h}$.⁶ Orbita Jacobijevih rješenja tako reprezentira spontano narušenje simetrije $D_{\infty h}$ inherentne problemu (Constantinescu et al. 1978). Naglasimo razliku između Maclaurinovog simetričnog i Jacobijevog antisimetričnog rješenja. Dok je u prvom slučaju za dani moment impulsa rješenje jedinstveno, u drugom slučaju postoji skup (orbita) rješenja koja se mogu dobiti jedno iz drugoga pomoću transformacija iz $D_{\infty h}$, što je grupa simetrija problema. Koje će od beskonačno rješenja iz Jacobijeve orbite biti realizirano, pitanje je koje se ne može riješiti u okvirima $D_{\infty h}$ -invarijantne teorije.

Može se pokazati da je za momente impulsa veće od J_c energija Jacobijevog rješenja niža od energije onog Maclaurinovog, pa za takve momente impulsa beskonačno puta degenerirano Jacobijevo rješenje predstavlja osnovno stanje sistema. Kako se moment impulsa povećava, pojavljuju se nove orbite rješenja sa manjim grupama simetrije (Constantinescu et al. 1978) čija stabilnost, međutim, još nije dobro poznata.

Spontano narušenje rotacione simetrije, koje se pojavljuje za velike momente impulsa, je fenomen koji bi izgleda mogao igrati važnu ulogu u stabilnosti galaksija gdje momenti impulsa mogu biti blizu J_c . Sa fizikalne točke gledanja taj je fenomen sličan faznim prijelazima drugog reda (Bertin i Radicati, 1976) gdje se npr. simetrija kristala naglo mijenja kad se temperatura spusti ispod kritične vrijednosti. Vrijednost J_c gdje se Jacobijev niz rješenja odvajaju od Maclaurinovog može se odrediti metodama sličnim onima koje je razvio Landau radi izračunavanja kritične temperature za fazni prijelaz drugog reda.

Drugi primjer spontanog narušenja simetrije je konvektivna nestabilnost koja se razvija u viskoznoj tekućini ograničenoj sa dvije horizontalne ravnine na udaljenosti h kad se grijanjem niže ravnine uspostavi temperaturni gradijent $\Delta T/h$. Zbog ovog gradijenta gustoća nižih slojeva tekućine je manja od gustoće viših slojeva i tako uzrokuje potencijalno nestabilnu ravnotežu. Bernard (1900,1901) je u nizu izvanrednih eksperimenata pokazao da se pri povećanju iznosa $\Delta T/h$ iznad jedne određene vrijednosti koja ovisi o viskoznosti, toplinskoj vodljivosti i koeficijentu toplinske ekspanzije tekućine, naglo uspostavlja konvektivno gibanje. Ranije homogena tekućina razdijeli se na heksagonalne ćelije u čijem se centru uzdiže topla struja koja se nakon hlađenja spušta uzduž zidova ćelije. Za niskotemperaturne gradijente, toplina se prenosi konduktivno i stanje sistema je invarijantno na proizvoljne translacije u horizontalnoj ravnini. U

5 $D_{\infty h}$ je grupa generirana rotacijom oko smjera momenta impulsa J , rotacijama oko proizvoljne osi okomite na J i prostorne inverzije

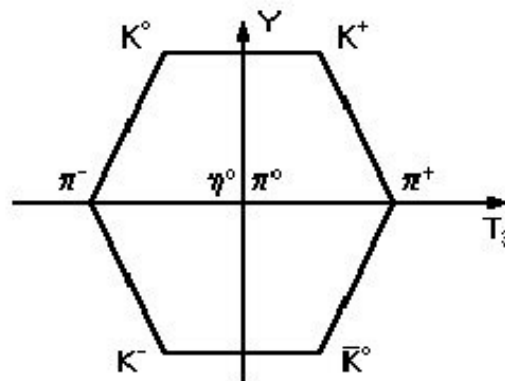
6 D_{2h} je grupa generirana rotacijama za 180° oko osi rotacije i oko dvaju osi koje su na nju okomite, a okomite su i međusobno, zatim refleksijom u odnosu na tri ravnine koje te osi definiraju, te prostornom inverzijom.

konvektivnom režimu, ova je simetrija narušena i preživljava samo simetrija u odnosu na diskretne translacije. U ovom slučaju ponovo ne postoji vanjski uzrok asimetrije i simetrija je prema tome spontano narušena.

Prvo teorijsko razmatranje ovog problema proveo je Lord Rayleigh (1916). On je u linearnoj aproksimaciji izračunao vrijednost bezdimenzionalnog parametra (Rayleighovog broja) za koji se asimetrično konvektivno rješenje odvaja od simetričnog konduktivnog. Bernardovi eksperimenti su dali naslutiti da je oblik ćelije heksagonalan. Kasniji eksperimenti (Koschmieder, 1965) u stvari su pokazali da taj oblik zavisi o graničnim uvjetima i, u određenoj mjeri, o samoj tekućini. Oblik ćelije se teorijski ne može točno odrediti u linearnoj aproksimaciji koju je koristio Lord Rayleigh, već se mora razmatrati egzaktan problem i čak uključiti termodinamičke fluktuacije (Graham, 1971).

Teorija elastičnosti, dinamika fluida i suprafluida, fizika plazme itd. daju mnoge primjere spontanog narušenja simetrije (Chandrasekhar, 1961; Michel 1975). Spomenut ću samo još jedan, supravodljivost, gdje se baždarna invarijantnost (beskonačnodimenzionalna grupa) spontano narušava pri čemu relativne faze elektronskog polja između dvaju različitih supravodiča postaju mjerljive u Josephsonovom efektu. Sličan se fenomen pojavljuje i u ranije spomenutim neabelovim baždarnim teorijama. Kako smo vidjeli, ove su teorije opisane nelinearnim parcijalnim diferencijalnim jednažbama invarijantnim na beskonačnodimenzionalnu neabelovu grupu čije je narušenje odgovorno za opažene razlike između elektromagnetske i slabe interakcije. Sve dok mehanizam spontanog narušenja simetrije nije bio shvaćen, bilo je teško objasniti kako ove dvije interakcije, koje pokazuju toliko sličnosti, ali i puno očitih razlika, mogu poticati iz zajedničkog izvora. Problem spontanog narušenja simetrije je u tom slučaju kompliciran, i po samoj prirodi odgovarajuće grupe, i po svojim suštinski kvantnim aspektima. Nema sumnje, međutim, da se i u ovom primjeru temeljna simetrija može spontano narušiti i tako objasniti npr. veliku razliku u masama između bozona koji prenose slabu interakciju i fotona koji prenosi elektromagnetsku. U svjetlu postignutih početnih uspjeha i nekih općih rezultata koje su dobili Goldstone (1961), Higgs (1964), t'Hooft (1971), da nabrojimo samo neke, možda nije preoptimistično nadati se da će bolje razumijevanje mehanizma spontanog narušenja simetrije u teorijama polja možda jednog dana objasniti hijerarhiju fundamentalnih interakcija, njihove respektivne simetrije i njihovu aproksimativnu prirodu. Također nije neplauzibilno pretpostaviti da bi teorija sa velikom grupom simetrije mogla biti slobodna od onih divergencija koje su u kvantnoj teoriji polja stvarale poteškoće od samog njezinog nastanka.

Tako se možemo nadati da će u preostale dvije dekade našeg stoljeća, koje je počelo u znaku simetrije, fizičari biti u mogućnosti objasniti kako ova velika raznolikost nesimetričnih formi u realnom svijetu proističe iz divne simetrične strukture osnovnih jednažbi. Početkom našeg stoljeća Einstein nas je naučio kako da shvatimo značenje simetrije; mi danas učimo kako da je narušimo na najsimetričniji način tako da njegov najdraži san, onaj o izgradnji unificirane teorije polja svih interakcija, jednoga dana postane stvarnost.



Slika 1 - Grupa simetrije SU(3) u fizici elementarnih čestica: 8-dimenzionalnoj reprezentaciji Liejeve grupe SU(3) odgovara oktet pseudoskalarnih mezona koji čine pioni, kaoni i η čestica (dodatak prevodioca)